Программа курса **ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

1. Введение

Основные понятия теории дифференциальных уравнений (ДУ). Классификация ДУ. Физические, биологические и химические задачи, приводящие к ДУ. Задача Коши. Интегральные кривые. Ломаная Эйлера (самостоятельно). Геометрическая интерпретация уравнения $y' = f(x, y)$.

2. Дифференциальные уравнения первого порядка.

2.1.Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Уравнения с разделяющимися переменными и сводящиеся к уравнению с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка и уравнения, сводящиеся к однородным уравнениям. Линейные уравнения первого порядка. Нелинейные уравнения, приводимые к линейному, уравнения Бернулли и Риккати. Уравнения в полных дифференциалах и условие Эйлера полного дифференциала. Интегрирующий множитель и теорема 1 Эйлера о существовании интегрирующего множителя. Уравнения, не разрешенные относительно производной и заданные в неявной форме: $F(y') = 0$, $F(y, y') = 0$, $F(x, y') = 0$, $F(x, y, y') = 0$. Уравнение Клеро. Задача Коши и Теорема 2 Пикара (с доказательством) о существовании и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка $y' = f(x, y)$. Формулировка теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши для ДУ не разрешенного относительно производной $F(x, y, y') = 0$. Фундаментальная последовательность и полное метрическое пространство. Принцип сжатых отображений (Теорема) и метод неподвижной точки. Доказательство теоремы Пикара на основе применения принципа сжатых отображений.

Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения: Глава 1. §§ 1-9

2.2. Методы интегрирования дифференциальных уравнений первого порядка

- Метод разделения переменных для уравнений первого порядка;
- Методы сведения к уравнению с разделяющимися переменными;
- Метод интегрирования уравнения в полных дифференциалах;
- Метод интегрирующего множителя;
- Метод вариации постоянной (метод Лагранжа) решении линейных уравнений;
- Метод интегрирования уравнений Бернулли и Риккати;
- Метод интегрирования однородных уравнений;
- Метод последовательных приближений;
- Метод введения параметра при интегрировании уравнений, не разрешенных относительно производной;

3. Дифференциальные уравнения n-го порядка.

3.1. Линейные однородные дифференциальные уравнения $n-го$ порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Общее решение линейного уравнения в случае различных корней, кратных корней и комплексных корней характеристического уравнения. Уравнения Эйлера и метод их сведения к уравнению с постоянными коэффициентами. Линейные однородные уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами (общий случай) и свойства их решений. Теорема 3 о существовании и единственности задачи Коши уравнения $n-го$ порядка (без доказательства). Операторная форма записи линейного уравнения с переменными коэффициентами, линейный дифференциальный оператор. Теоремы 4,5 и 6 о свойствах решений линейного уравнения $n-го$ порядка. Линейная зависимость системы функций и примеры линейно независимых систем функций. Определитель Вронского. Теорема 7 о линейной зависимости системы функций. Теорема 8 о линейной независимости системы решений линейного дифференциального уравнения n-го порядка. Общее решение и фундаментальная система решений линейного дифференциального уравнения $n-го$ порядка. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами: метод неопределенных коэффициентов; метод вариации постоянных. Формула Остроградского-Лиувилля. Интегрирование уравнений второго порядка с помощью степенных рядов Теоремы 10 и 11. Уравнение Эйри, уравнение Бесселя и функции Бесселя.

Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения: Глава 2. §§ 1-7

3.2. Методы интегрирования дифференциальных уравнений $n-го$ порядка

- Метод решения линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами
- Метод решения уравнений Эйлера
- Метод неопределенных коэффициентов при решении линейных неоднородных уравнений с постоянными коэффициентами
- Метод (случаи) понижения порядка уравнения.
- Метод разделения переменных при решении линейных неоднородных уравнений с постоянными коэффициентами
- Метод вариации постоянных (метод Лагранжа) при решении линейных неоднородных уравнений
- Метод решения уравнения второго порядка с помощью формулы Остроградского-Лиувилля.
- Метод интегрирования линейных уравнений второго порядка с помощь степенного ряда и обобщенного степенного ряда

4. Системы дифференциальных уравнений 1-го порядка.

4.1. Системы линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка. Матричная запись системы ДУ. Метод матричной экспоненты и свойства функции от матриц. Интегральная кривая и фазовое пространство. Свойства решений системы линейных однородных уравнений 1-го порядка. Линейная зависимость системы вектор-функций. Принцип суперпозиции. Определитель Вронского системы вектор-функций и теорема об определителе Вронского. Фундаментальная система решений.

4.2. Методы интегрирования дифференциальных уравнений $n-го$ порядка

- Метод сведения системы дифференциальных уравнений первого порядка к одному уравнению $n-го$ порядка.
- Метод интегрируемых комбинаций
- Метод симметрической формы записи системы уравнений и свойство равных дробей
- Метод матричной экспоненты интегрирования системы линейных однородных ДУ первого порядка

Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения: Глава 3. §§ 1-6

5. Краевая задача для обыкновенных дифференциальных уравнений

Краевая задача для линейного дифференциального уравнения второго порядка. Определение функции Грина краевой задачи. Свойства функции Грина. Метод построения функции Грина. Пример построения. Решение неоднородной краевой задачи. Дельта-функция Дирака и ее свойства (самостоятельно).

Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения: Глава 2. § 9

Литература

1.Л.Э.Эльсгольц Дифференциальные уравнения: URSS. Москва. 2013;

2. А.Ф. Филиппов "Введение в теорию дифференциальных уравнений", М.,ЛЕНАРД, 2015

3. А.Н.Тихонов, А.Б.Васильева,А.Г.Свешников "Дифференциальные уравнения", М.,Наука,1979

4. А.Ф.Филиппов "Сборник задач по дифференциальным уравнениям",М., ЛИБРИКОМ, 2013

5. А.М.Самойленко и др. «Дифференциальные уравнения. Примеры и задачи». –М., Вс.шк., 1989.