ЗАДАНИЕ I: Термодинамика, VI семестр 2005 уч.год

1. Исходя из I-го Начала термодинамики показать, что для любого процесса $\varphi(\cdot\,,\cdot) = \text{const}$ с теплоемкостью $C_\varphi = C_\varphi(T,V)$, и для произвольных дифференцируемых функций Ψ, χ, между ним и термическим уравнением состояния $P = P(T,V)$ произвольной термодинамической системы имеется дифференциальная связь:

$$\left(\frac{\partial\Psi(P)}{\partial\chi(V)}\right)_\varphi = n_\varphi \left(\frac{\partial\Psi(P)}{\partial\chi(V)}\right)_T, \quad \text{где:} \quad n_\varphi = \frac{(C_\varphi - C_P)}{(C_\varphi - C_V)}. \tag{1}$$

   Определить n_φ для политропического, адиабатического, изотермического, изохорического и изобарического процессов, и решить соответствующие им уравнения для процессов с идеальным газом массивных частиц, $PV = NkT$, с $C_V = \text{const}$. Применимо ли такое дифференциальное уравнение (1) для политропического процесса, для излучения, находящегося в тепловом равновесии с веществом? Если нет, то почему? Найти интеграл общего дифференциального уравнения политропического процесса и его явный вид для излучения?

2. Найти отношение C_φ/C_V для процесса: $\varphi(P,V) = PV^n = \text{const}$, $n = \text{const}$, с равновесным излучением.

3. Найти скорость звука $v_{\text{зв}} = \sqrt{(\partial P)/\partial\rho)_S}$ в идеальном газе массивных частиц при такой температуре, что давление его равновесного излучения сравнимо с давлением самого газа.

4. Показать, что теплоемкость C_V газа Ван–дер–Ваальса зависит только от температуры, и, считая ее известной, найти энтропию и все термодинамические потенциалы этого газа.

5. $$\text{Для:} \quad \overline{n} \equiv \frac{N}{V}, \quad \alpha_P \equiv \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P, \quad K_{S,\,[T]} \equiv -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_{S,\,[T];N}, \quad \gamma = \frac{C_P}{C_V},$$
   $$\text{доказать тождества:} \quad K_T = \gamma K_S, \quad \frac{S}{V} = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_\mu, \quad \overline{n} = \left(\frac{\partial P}{\partial \mu}\right)_T,$$
   $$K_{S,\,[T]} = \frac{1}{\overline{n}}\left(\frac{\partial\overline{n}}{\partial P}\right)_{S,\,[T];N}, \quad \left(\frac{\partial\overline{n}}{\partial\mu}\right)_T = K_T\,\overline{n}^2, \quad K_S = K_T - \frac{TV}{C_P}\alpha_P^2.$$

6. Магнетик объемом V в слабом магнитном поле $\mathcal{H}$ под внешним давлением P имеет намагниченность *единицы объема* $\overline{\mathcal{M}} = \chi(T)\mathcal{H}$ и полный магнитный момент $\mathcal{M} = \overline{\mathcal{M}}V$. Найти связь адиабатической объемной магнитострикции $(\partial V/\partial\mathcal{H})_{P,S}$ с адиабатическим магнитоупругим (пьезомагнитным) эффектом $(\partial\mathcal{M}/\partial P)_{\mathcal{H},S}$. Полагая его сжимаемость $K_S = \text{const}$, выразить $\Delta V/V \ll 1$ через $\mathcal{H}$. Решить эту задачу для изотермических $(\partial V/\partial\mathcal{H})_{P,T}$ и $(\partial\mathcal{M}/\partial P)_{\mathcal{H},T}$, и K_T. Найти зависимость $K_S(\mathcal{H})$, если поле $\mathcal{H}$ не меняет термическое уравнения состояния $P = P(T,V)$.

7. Доказать, что для теплоемкости $C_{V,N}$, как функции T, V, μ:

$$C_{V,N}(T,V,\mu) = T\left[\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_{V,\mu} - \left(\frac{\partial N}{\partial T}\right)^2_{V,\mu} \Big/ \left(\frac{\partial N}{\partial\mu}\right)_{V,T}\right].$$

8. Выразив элемент работы $\delta A = -\dfrac{V}{4\pi}\mathcal{E}\,d\mathcal{D}$ электрического поля $\mathcal{E}$ с индукцией $\mathcal{D} = \varepsilon(T)\mathcal{E}$ для плоского конденсатора объемом $V = a\Sigma$, емкостью $\Omega(T) = \Omega_0\varepsilon(T)$, $\Omega_0 = \dfrac{\Sigma}{4\pi a}$, в переменных его разности потенциалов $\phi = \mathcal{E}a$, и заряда $q = \Omega(T)\phi$, найти: изменение энтропии и тепло выделившееся (?) при его изотермической зарядке; теплоемкости C_ϕ и C_q, и сравнить их с $C_\mathcal{E}$ и $C_\mathcal{D}$ и друг с другом, и с $C_\mathcal{P}$.

9. Найти к.п.д. тепловой машины, работающей по обратимому циклу из изотермы, адиабаты и политропы, с максимальной и минимальной температурами $T_1 > T_2$ (два варианта). Сравнить с к.п.д. цикла Карно.

10. В вертикально расположенном теплоизолированном цилиндре радиуса r закреплен теплопроводящий поршень массы m, делящий цилиндр на две равные части, в каждой из которых содержится по 1 молю ид. газа с $C_V = \text{const}$, при температуре T и давлении P. Затем поршень отпускают и он опускается под действием силы тяжести. Найти изменение энтропии газа в двух предельных случаях: а) $mg \ll \pi r^2 P$; б) $mg \gg \pi r^2 P$. Указание: используя параметры: $\eta = \dfrac{mg}{\pi r^2 P}$, $\xi = \dfrac{V_1 - V_2}{2V}$, $\gamma = \dfrac{C_P}{C_V}$, найти $\xi = \xi(\eta)$.

11. Три тела с одинаковой постоянной теплоемкостью имеют температуры $T_1 = T_2 = x$ и $T_3 = y$. До какой максимальной температуры T_{max} можно нагреть одно из них, используя тепло двух других и идеальную тепловую машину, работающую на любом перепаде температур, если извне не подводить тепла и не производить работу внешними силами? Как это можно сделать? Найти значение T_{max} для $x = 300\,\text{K}$, $y = 100\,\text{K}$.

Сдать до _____ марта сего года